

Математика

Открытый билет 11 класс

1. Упростите до числового ответа выражение

$$\left(1 + \frac{a}{x} + \frac{a^2}{x^2}\right) \cdot \left(1 - \frac{a}{x}\right) \cdot \frac{x^3}{a^3 - x^3} \quad (7 \text{ баллов})$$

2. Из определенного количества яблок получили 0,6 кг сока. Найдите, сколько для этого потребовалось яблок, если из свежих яблок получается 24% сока. Ответ выразите в килограммах. (7 баллов)

3. Решите неравенство $25^{\frac{x}{2}} + \frac{20}{5^x} \geq 9$ (10 баллов)

4. Вычислите $\frac{\sin \frac{7\pi}{15} - \sin \frac{\pi}{5}}{\cos \frac{3\pi}{10} - \cos \frac{\pi}{30}}$ (10 баллов)

5. Решите уравнение $(x-3) \cdot (\sqrt{2x-3} + \sqrt{x-1}) = 2 \cdot (x-3)$ (12 баллов)

6. Решите неравенство $\log_{\frac{1}{3}} \frac{3x-1}{x+5} \leq 1$ (12 баллов)

7. Дано уравнение $\sin(3\pi - 2x) + 1 = \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) - \cos(\pi - x)$

а) Решите уравнение.

б) Найдите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{\pi}{2}; 2\pi\right)$. (12 баллов)

8. Две окружности радиусами r и R касаются внутренним образом в точке A . Через точку B , лежащую на большей окружности, проведена прямая, касающаяся меньшей окружности в точке C . Найдите радиус малой окружности, если $R=25$, $AB=35$, $BC=28$.

(15 баллов)

9. При каких значениях параметра a уравнение $x^2 - (3a-1) \cdot |x| + 2a^2 - a = 0$ имеет четыре различных решения?

(15 баллов)