**Министерство науки и высшего образования РФ**

**Совет ректоров вузов Томской области**

**Открытая региональная межвузовская олимпиада 2019-2020**

**МАТЕМАТИКА (10 класс)**

**Заключительный этап**

**Вариант 1**

1. Найдите все *x*, для которых $2\left[x\right]+\left\{3x\right\}=\frac{7}{3}$ , где$ \left[x\right]⎯$ целая часть числа *x*, $\left\{x\right\}⎯$ дробная часть числа *x*, то есть $ \left\{x\right\}=x-\left[x\right].$

 **(7 баллов)**

1. Два учителя математики принимают зачет по геометрии, проверяя умение решать задачи и знание теории у каждого из учеников 10 класса. У первого учителя на 1 ученика уходит соответственно 5 и 7 минут, а у второго учителя на 1 ученика ⎯ 3 и 4 минуты. За какое наименьшее время они сумеют опросить 25 учеников?

**(7 баллов)**

1. Относительно квадратного трехчлена $ f\left(x\right)$ известно, что он имеет два различных корня и удовлетворяет условию $f\left(x^{2}+y^{2}\right)\geq f\left(2xy\right) $ для любых *x* и *y*. Возможно ли, чтобы хотя бы один из корней $f\left(x\right)$ является отрицательным?
2. **баллов)**
3. Докажите, что для $a\geq 0, b\geq 0$ выполняется неравенство

$$\left(a+b\right)\left(ab+2025\right)\geq 180ab.$$

1. **баллов)**

1. Ученик построил четырехугольник *MNKL* и измерил расстояния от вершин до точки *P*, которую указал учитель. Оказалось, что $MP^{2}+NP^{2}+KP^{2}+LP^{2}=2S$, где 𝑆 – площадь четырехугольника. Что за четырехугольник построил ученик, и что за точку указал учитель?

**(7 баллов)**

**Внимание!** Задача считается решенной, если, помимо правильного ответа, приведены необходимые объяснения.

**Желаем успеха!**