**МАТЕМАТИКА (9 класс)**

**Заключительный этап**

**Вариант 1**

1. Найдите все *x*, для которых , где целая часть числа *x*, дробная часть числа *x*, то есть

**Ответ: .**

**Решение:**

Из уравнения и определений следует, что

 Рассмотрим уравнение

 1) если, то

 2) если, то

 Так как , то решения исходного уравнения

 , *.*

1. Обычно Никита выходит из дома в 8:00 утра, садится в машину дяди Вани, который довозит его на учебу к определенному времени. Но в пятницу Никита вышел из дома в 7:10 и побежал в противоположном направлении. Дядя Ваня обождал его и в 8:10 поехал за ним, догнав Никиту, развернулся и доставил его на учебу с опозданием на 20 мин. Во сколько раз скорость машины дяди Вани превышала скорость бегущего Никиты?

**Ответ: в 13 раз.**

**Решение:**

Машина находилась в пути на 10 мин больше обычного за счет того, что 5 минут догоняла Никиту и 5 минут возвращалась до дома. Машина в 8:15 догнала Никиту и за 65 минут (с 7:10 по 8:15) он пробежал столько, сколько машина ехала 5 минут, т. е. потратил в 65 : 5 = 13 раз больше времени.

1. Относительно квадратного трехчлена известно, что значения и имеют разные знаки. Могут ли корни многочлена иметь одинаковые знаки?

**Ответ: нет.**

**Решение:**

 По условию , c другой стороны, имеем

Следовательно, а по теореме Виета равно произведению корней многочлена. корни многочлена не могут иметь одинаковые знаки**.**

1. Докажите, что для неотрицательных чисел *a*, *b*, *c* выполняется неравенство

**Доказательство:**

Пусть откуда для неотрицательных чисел *a*, *b*, *c*

 Тогда для неотрицательных чисел исходное

 неравенство перепишется в виде

 ()

 Так как то складывая эти три неравенства,

 получим верное неравенство ().

1. В равнобедренной трапеции *MNKL* с основаниями *ML*, *NK* диагонали перпендикулярны сторонам *MN, KL* и пересекаются под углом . Найдите высоту трапеции, если длина *NQ=*3, где *Q⎯* середина большего основания.

**Ответ:**

**Решение:**

Пусть *ML⎯*  большее основание трапеции *MNKL*.

Рассмотрим треугольник *MNL*: , *Q⎯* середина *ML* (по условию)

*Q⎯* середина гипотенузы *ML NQ= MQ=QL ML=6*, так как  *NQ=*3 (по условию).

Пусть точка *O⎯* точка пересечения диагоналей,точка *H* *⎯* основание перпендикуляра, опущенного из *K* на основание *ML*, тогда *KH ⎯* искомая высота.

 Рассмотрим треугольник *MOL*: ⎯ внешний угол в равнобедренном треугольнике *MOL*

Рассмотрим треугольник *MKL*: , *MK*= *ML*.

Рассмотрим треугольник *MKH*: , тогда искомая высота

*KH*= *MK*.

**Вариант 2**

1. Найдите все *x*, для которых , где целая часть числа *t*. **Ответ:**

**Решение:**

Пусть , где и выразим . Тогда уравнение примет вид: или Следовательно, или

 Учитывая, что, получим

1. Обычно Дима выходит из дома в 8:10 утра, садится в машину дяди Вани, который довозит его на учебу к определенному времени. Но в четверг Дима вышел из дома в 7:20 и побежал в противоположном направлении. Дядя Ваня обождал его и в 8:20 поехал за ним, догнав Диму, развернулся и доставил его на учебу с опозданием на 26 мин. Во сколько раз скорость машины дяди Вани превышала скорость бегущего Димы?

**Ответ: в 8,5 раз.**

**Решение:**

Машина находилась в пути на 16 мин больше обычного за счет того, что 8 минут догоняла Диму и 8 минут возвращалась до дома. Машина в 8:28 догнала Диму и за 68 минут (с 7:20 по 8:28) он пробежал столько, сколько машина ехала 8 минут, т.е. потратил в 68 : 8 = 8,5 раз больше времени.

1. Относительно квадратного трехчлена известно, что

Найдите значение произведения .

**Ответ: 0.**

**Решение:**

1. Докажите, что для положительных чисел *a*, *b*, *c*, удовлетворяющих условию

, выполняется неравенство

**Доказательство:**

 Так как , то Тогда

Следовательно, нужно доказать что

Используя неравенство о средних, получим

Следовательно,

1. В равнобедренной трапеции *MNKL* с основаниями *ML*, *NK* диагонали перпендикулярны сторонам *MN, KL* и пересекаются под углом . Найдите высоту трапеции, если длина *NQ=*5, где *Q⎯* середина большего основания.

**Ответ:**

**Решение:**

Пусть *ML⎯*  большее основание трапеции *MNKL*.

Рассмотрим треугольник *MNL*: , *Q⎯* середина *ML* (по условию)

*Q⎯* середина гипотенузы *ML NQ= MQ=QL ML=10*, так как  *NQ=*5 (по условию).

Пусть точка *O⎯* точка пересечения диагоналей,точка *H* *⎯* основание перпендикуляра, опущенного из *K* на основание *ML*, тогда *KH ⎯* искомая высота.

 Рассмотрим треугольник *MOL*: ⎯ внешний угол в равнобедренном треугольнике *MOL*

Рассмотрим треугольник *MKL*: , *MK*= *ML*.

Рассмотрим треугольник *MKH*: , тогда искомая высота

*KH*= *MK*.

**Критерии оценивания приведены в таблице:**

|  |  |
| --- | --- |
| Баллы | Критерии оценивания |
| **7** | Полное обоснованное решение. |
| **6** | Обоснованное решение с несущественными недочетами. |
| **5-6** | Решение содержит незначительные ошибки, пробелы в обоснованиях, но в целом верно и может стать полностью правильным после небольших исправлений или дополнений. |
| **4** | Задача в большей степени решена, чем не решена, например, верно рассмотрен один из двух (более сложный) существенных случаев.  |
| **2-3** | Задача не решена, но приведены формулы, чертежи, соображения или доказаны некоторые вспомогательные утверждения, имеющие отношение к решению задачи. |
| **1** | Задача не решена, но предпринята попытка решения, рассмотрены, например, отдельные (частные) случаи при отсутствии решения или при ошибочном решении.  |
| **0** | Решение отсутствует, либо решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше. |