

1. Студенты решили помочь абитуриентам и написали для них книгу советов, но, чтобы преподаватели не поняли, о чем идет речь в советах, они их зашифровали.

31

вюз пнжпюръ

Помогите абитуриентам расшифровать советы студентов.

(10 баллов)

Решение:

Из условий задачи понятно, что книга советов зашифрована шифром Цезаря с ключом

31. Для расшифровки используем нумерованный алфавит из приложения. При расшифровке номер буквы в шифр-тексте сдвигается влево на размер ключа.

Составим таблицу дешифровки.

Шифр-текст	в	ю	з	п	н	ж	п	ю	р	ъ
Номер буквы в шифр-тексте	3	32	9	17	15	8	17	32	18	28
ключ	31	31	31	31	31	31	31	31	31	31
Номер буквы исходного текста	5	1	11	19	17	10	19	1	20	30
Исходный текст	д	а	й	с	п	и	с	а	т	ь

Ответ: дай списать.

2. Перед группой хакеров стоит задача по выводу из строя компьютеров конкурирующей фирмы. Они создали вредоносное программное обеспечение, распространяющееся в сети. В силу особенностей разработки вирус при распространении с зараженного компьютера всегда поражает либо 4, либо 6 ещё не зараженных. В случае если такого количества незараженных компьютеров нет, то он не имеет возможности распространяться. В сети фирмы зарегистрировано 257 компьютеров. Возможно ли заражение всех компьютеров фирмы при условии, что изначально заражается один компьютер. Если возможно, то приведите пример цепочки заражения. (10 баллов)

Решение:

Заражение возможно, если хотя бы одна из цепочек заражения может привести к полному заражению сети.

Рассмотрим возможные цепочки заражения. Изначально заражен 1 компьютер и не заражено 256.

1 этап заражения. Зараженный компьютер распространяет вирус либо на 4 компьютера, либо на 6 компьютеров. В результате возможно две ситуации: 5 зараженных и 252 незараженных компьютера и 7 зараженный и 250 незараженных компьютеров.

2 этап. Возьмем первую ситуацию. Так как незараженных компьютеров еще достаточно, каждый из зараженных будет распространять вирус. Возможны следующие ситуации:

- каждый из 5 компьютеров распространил вирус на 6 незараженных. Итого 35 компьютеров заражено, 222 остаются незараженными.

- один компьютер отправил вирус на 4 незараженных, каждый из остальных 4

компьютеров распространил вирус на 6 незараженных. Итого 33 компьютера заражено, 224 остаются незараженными.

...

- каждый из 5 компьютеров распространил вирус на 4 незараженных. Итого 25 компьютеров заражено, 232 остаются незараженными.

3 этап. Опять же для примера возьмем 1 ситуацию исхода предыдущего этапа.

Возможные исходы: все 35 компьютеров заражают по 6 (итого 245 зараженных, 12 незараженных), 34 по 6 и 1 по 4 (итого 243 зараженных и 14 незараженных) и так далее.

И снова обратимся к 1 ситуации, осталось 12 незараженных. Проверим, возможно ли их заражение на последнем этапе. Заразить 12 компьютеров могут вместе 3 зараженных, распространив вирус в комбинации 2 по 4 и 1 по 6. Это и будет пример цепочки заражения.

Ответ: Заражение возможно.

3. Миша, Егор и Олег нашли старую тетрадку с конспектами. О том, по какому предмету и курсу этот конспект, каждый из студентов высказал по два предположения:

Миша: «Это конспект по Математическому Анализу и написан на 3 курсе»;

Егор: «Это конспект по Дискретной Математике и написан на 1 курсе»;

Олег: «Это конспект не по Математическому Анализу и написан на 2 курсе».

Старшекурсник сказал студентам, что каждый из них прав только в одном из двух своих предположений. По какому предмету и курсу этот конспект? (10 баллов)

Решение:

Для каждого студента возможны две ситуации: первое предположение верное, а второе неверное и наоборот, второе верное и первое неверное.

1 ситуация: Миша прав в первом своем предположении (конспект действительно по математическому анализу), как следствие, второе его предположение не верно (конспект написан не на 3 курсе).

Соответственно, Егор не прав в своем первом предположении (так как уже выяснили что конспект по математическому анализу), значит верно его второго предположение - конспект написан на 1 курсе.

Олег не прав в своем первом предположении, значит должен быть прав во втором и конспект написан на 2 курсе.

Получается противоречие: конспект одновременно написан и на 1 и на 2 курсе. Такого быть не может, значит 1 ситуация невозможна.

Рассмотрим 2 ситуацию: Миша неправ в своем первом предположении (конспект НЕ по математическому анализу), и прав во втором (конспект написан на 3 курсе).

Олег прав в первом предположении (конспект НЕ по математическому анализу) и не прав во втором (конспект написан не на 3 курсе).

Егор не прав во втором своем предположении и прав в первом (конспект по дискретной математике).

Противоречий в ситуации не наблюдается, значит ситуация верная.

Ответ: конспект по дискретной математике и написан на 3 курсе.

4. Пароль состоит из 4 букв русского алфавита. При этом в системе хранится не сам пароль, а его ключ, который формируется по следующему принципу. Каждой букве алфавита ставится в соответствие определенное число (А —1, Б —2, В —3 и т. д.). Когда пользователь выбирает себе пароль, АБАК, то буквам пароля ставятся в соответствие следующие числа — А — 1, Б — 2, К — 11, а затем вычисляется следующая сумма — $1 + 2 + 1 + 11 = 15$. Это число и есть ключ. Будет ли такая система формирования ключа надежной? (10 баллов)

Решение:

Система не будет надежной. Например, если для указанного в задаче случая взять слово АААЛ, то для него сумма будет равна также 15 (АААЛ — А — 1, А — 1, А — 1, Л — 12). То есть можно подобрать такое сочетание букв, что рассчитанная в результате сумма будет совпадать с искомой. Кроме того, пары АБВГ и ББВГ, также МНОП и АМББ образуют коллизии.

Ответ: Нет.

5. Жертва смиренно дождалась своей участи в подвале маньяка. Уверенный в себе, маньяк даже не связал жертву, и жертва слонялась, коротая последние минуты. Ничего не выражающий взгляд внезапно зажёгся искрой интереса — что за клочок бумаги завалился под старый запыленный сейф? Жертва прочитала написанное:

виоыиюяехтыбчвпжнпфж

На обратной стороне бумаги все буквы размыло, но можно было разобрать слова: «квадрат... шесть на пять ... и/й е/ё... ь/ъ».

Возможно ли, что спасение сокрыто в этом послании?

Помогите жертве разгадать загадку.

(15 баллов)

Решение:

По словам на обратной стороне бумаги можно понять, что речь идет о шифре «квадрат Полибия» с пояснением, что таблица шифрования состоит из 6 столбцов и 5 строк (также есть другие вариации шифра, с квадратом 6 на 6 и 5 на 5). Так как русский алфавит 33 символа (он не влезет в таблицу 6 на 5), в тексте дано пояснение, какие буквы необходимо объединить в одну ячейку матрицы шифрования. Составим матрицу шифрования.

	1	2	3	4	5	6
1	а	б	в	г	д	е/ё
2	ж	з	и/й	к	л	м
3	н	о	п	р	с	т
4	у	ф	х	ц	ч	ш
5	щ	ы	ь/ъ	э	ю	я

Составим таблицу координат зашифрованного текста. Первая строка – зашифрованный текст по буквам. Вторая и третья строки – номер столбца и номер строки буквы в матрице шифрования соответственно. Запишем в таблицу координаты букв зашифрованного текста.

	в	п	о	ы	и	ю	я	е	х	т	ы	б	ч	в	п	ж	н	п	ф	ж
столбец	3	3	2	2	3	5	6	6	3	6	2	2	5	3	3	1	1	3	2	1
строка	1	3	3	5	2	5	5	1	4	3	5	1	4	1	3	2	3	3	4	2

Выпишем координаты букв в виде столбец-строка по порядку в две строки. Например, для первых двух букв координаты будут выглядеть следующим образом: 31 33. Количество цифр(!) в каждой строке должно быть равно количеству букв в зашифрованной фразе.

31 33 23 25 32 55 65 61 34 63

25 21 54 31 33 12 13 33 24 12

Первая строка – первая координата буквы в исходной фразе – номер столбца. Вторая строка – вторая координата буквы в исходной фразе - номер строки.

Составим матрицу координат исходного текста:

столбец	3	1	3	3	2	3	2	5	3	2	5	5	6	5	6	1	3	4	6	3
строка	2	5	2	1	5	4	3	1	3	3	1	2	1	3	3	3	2	4	1	2
	и	щ	и	в	ы	х	о	д	п	о	д	л	е	с	т	н	и	ц	е	й

Ответ: ищивыходподлестницей.

6. В ящике лежат 70 шаров: 20 красных, 20 синих, 20 желтых, остальные черные и белые.

Какое наименьшее число шаров надо взять, не видя их, чтобы среди них гарантированно оказалось не меньше 10 шаров одного цвета?

(15 баллов)

Решение:

Имеется в ящике 70 шаров: 20 красных, 20 синих, 20 желтых, остальные черные и белые.

Успешному исходу соответствует три ситуации: вытащено не меньше 10 синих шаров и/или не меньше 10 красных шаров и/или не меньше 10 желтых шаров. Нельзя вытащить 10 белых или черных шаров по условию (есть и белые, и черные шары и их общее количество $70-20-20-20=10$).

Рассмотрим худшую ситуацию: сначала вытащили 10 белых и черных шаров. Затем по 9 шаров синего, красного и желтого цвета. Итого вытащено 37 шаров ($10+9+9+9$). Далее, какой бы шар мы не вытащили, условие будет достигнуто: если 38ым вытащенным шаром окажется красный, то общее количество вытащенных красных шаров будет 10 (успешный исход), аналогично для синих и желтых шаров.

Итого, необходимое число шаров для гарантированного успешного исхода ситуации составляет 38.

Ответ: 38.

7. N друзей одновременно узнали N новостей, причём каждый узнал одну новость. Они стали звонить друг другу и обмениваться новостями. Каждый разговор длится 1 час. За один разговор можно передать сколько угодно новостей.

Какое минимальное количество часов необходимо, чтобы все узнали все новости при $N = 8$? (15 баллов)

Решение:

Ответ находится по соотношению $N=2^x$, где x - искомое количество часов. Докажем это.

Пронумеруем друзей от 1 до 8. Такими же номерами обозначим новости, которые знает каждый из друзей изначально.

Номер друга	1	2	3	4	5	6	7	8
Знание новостей до начала общения	1	2	3	4	5	6	7	8
	↔		↔		↔		↔	
1 час	12	12	34	34	56	56	78	78
	↔		↔		↔		↔	
2 час	1234	1234	1234	1234	5678	5678	5678	5678
	↔		↔		↔		↔	
3 час	12345678	12345678	12345678	12345678	12345678	12345678	12345678	12345678

Ответ: 3 часа.

8. Сумма чисел равна 37. Два на пять будет десять. Зная это, и то, что длина Великой Китайской стены 21 196 километров, ответьте на следующий вопрос:

фсррыкрвфмкхкдездэеги?

(15 баллов)

Решение:

По набору исходных данных (зашифрованный текст и набор цифр) понимаем, что это шифр Цезаря с непостоянным сдвигом.

Из цифр в тексте задания составим ключ шифрования: 37251021196.

Так как длина ключа меньше зашифрованного текста, то повторим ключ до достижения необходимой длины. Ключ для каждой буквы – цифра из ключа, стоящая под этой буквой. При расшифровке из номера буквы зашифрованного текста отнимаем ключ. Номер буквы согласно нумерованному алфавиту из приложения для задания 4.

Составим таблицу дешифровки.

Шифр- текст	ф	с	р	р	ы	к	р	в	ф	м	к	х	к	д	е	з	д	э	е	г	и
Номер буквы	22	19	18	18	29	12	18	3	22	14	12	23	12	5	6	9	5	31	6	4	10
Ключ	3	7	2	5	1	0	2	1	1	9	6	3	7	2	5	1	0	2	1	1	9
	19	12	16	13	28	12	16	2	21	5	6	20	5	3	1	8	5	29	5	3	1
	с	к	о	л	ь	к	о	б	у	д	е	т	д	в	а	ж	д	ы	д	в	а

Исходный вопрос: сколько будет дважды два?

Ответ: четыре.